

О.А. Охріменко, к.т.н., доц.
Національний технічний університет України «КПІ»

ФОРМОУТВОРЕННЯ ПРЯМОЗУБИХ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС КОНІЧНИМИ ЧЕРВ'ЯЧНИМИ ФРЕЗАМИ

В роботі розглядається формоутворення поверхні прямозубого зубчастого колеса вихідною інструментальною поверхнею черв'ячної конічної фрези з урахуванням всіх рухів, які роблять фреза та інструмент один відносно одного у просторі в процесі зубофрезерування.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. В сучасному машинобудуванні широке застосування при обробці зубчастих коліс отримав процес зубофрезерування черв'ячними циліндричними фрезами. Одним із різновидів такого інструменту є конічні черв'ячні фрези [1–5]. Застосування конічних черв'ячних фрез при нарізуванні циліндричних зубчастих коліс дозволяє більш рівномірно розподілити навантаження між зубами і відповідно підвищити стійкість інструменту. Виробничі випробування показали, що ефект підвищення стійкості при застосуванні конічних черв'ячних фрез підвищувався при збільшенні кількості зубів оброблених коліс.

На теперішній час такі фрези не отримали широкого застосування у зв'язку з непроробленістю питань з проектування цього інструменту. А саме неповністю вирішені питання формоутворення поверхні зубчастих коліс такими фрезами.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В роботі [4] розглянуто утворення вихідної інструментальної поверхні (ВП) бічної робочої сторони фрези, визначено, що це евольвентна конічна поверхня. Запропоновано спосіб заміни криволінійного профілю фрези прямолінійним в осьовому перерізі – архімедова конічна гвинтова поверхня. Однак на теперішній час не вирішені питання: який профіль буде мати бічна сторона зуба колеса утворена такими поверхнями при заміні евольвентної конічної гвинтової поверхні на архімедову, не розглядалися питання утворення перехідних кривих на поверхні зуба від заокруглених вершин зуба фрези. Не досліджувався вплив заміни евольвентної конічної гвинтової поверхні на конволютну конічну гвинтову поверхню, що має прямолінійний профіль в нормальному перерізі витків – такі фрези повинні мати більш кращу геометрію різальної частини, порівняно з архімедовими фрезами.

Формулювання цілей статті. Для вирішення визначення геометричних параметрів профілю зубчастих коліс отриманими кінчними черв'ячними фрезами і створення рекомендацій з проектування такого інструменту необхідно вирішити питання формоутворення ВІП кінчними черв'ячними фрезами поверхні зубчастих прямозубих коліс для повного профілю колеса, а не тільки бічних сторін зуба.

Викладення основного матеріалу. Визначення поверхні зубчастого колеса спряженого з ВІП кінчної черв'ячної фрези. Розглянемо схему формоутворення поверхні косозубого зубчастого колеса вихідною інструментальною поверхнею кінчної черв'ячної фрези (рис. 1).

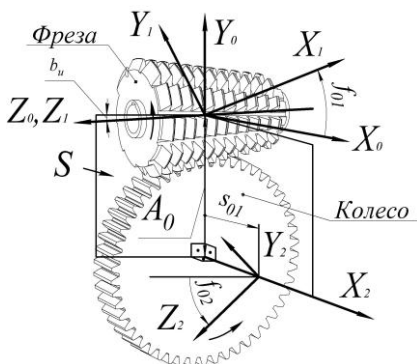


Рис. 1. Розрахункова схема формоутворення косозубих зубчастих коліс черв'ячними фрезами

Масмо такі 3 системи координат:

- $S_0(X_0Y_0Z_0)$ – нерухома система координат пов'язана з зубофрезерним верстатом, вісь Z_0 співпадає з віссю шпинделя верстата;

- $S_1(X_1Y_1Z_1)$ – рухома система координат пов'язана з черв'ячною фрезою, вісь Z_1 співпадає з віссю фрези, система обертається навколо осі Z_0 і рухається поступально вздовж осі X_2 ;

- $S_2(X_2Y_2Z_2)$ – рухома система координат пов'язана з колесом, що нарізається, вісь X_2 співпадає з віссю колеса, система обертається навколо осі X_2 ;

Розглянувши дану схему формоутворення отримаємо, що в системі присутні два незалежні між собою рухи, це сумісне обертання фрези і

колеса навколо своєї осі – рух обкату та прямолінійний рух фрези відносно осі колеса, що призводить до утворення профілю зубчастих коліс по всій ширині зубчастого вінця, це рух подачі.

Рух обкату будемо позначати через к-нт f , рух подачі будемо позначати через к-нт s .

Позначимо наступні параметри руху в системі: для руху обкату f_{01} – обертання фрези навколо своєї осі; f_{02} – обертання колеса навколо своєї осі; для руху подачі s_{01} – прямолінійний рух фрези при її прямолінійному русі відносно осі колеса, зв'язок між параметрами руху буде таким:

$$i_{12} = \frac{f_{01}}{f_{02}} = \frac{k_f}{Z_k}, \quad (1)$$

де i_{12} – передаточне відношення при русі обкату; k_f – кількість заходів фрези; Z_k – кількість зубів колеса, що нарізається.

Зв'язок між системами координат запишемо в матрично-структурному вигляді таким чином:

$$R_2 = m_{20s} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_1, \quad (2)$$

де R_1, R_2 – радіус-вектор точки в системі пов'язаною з фрезою та колесом відповідно $m_{01}, m_{02}, m_{20f}, m_{20s}$ – матриці перетворень координатних систем із врахуванням (1), (2) для однозахідних фрез, як найбільш поширеного випадку вони запишуться так:

$$m_{01} = \begin{pmatrix} \cos f_{01} & -\sin f_{01} & 0 & 0 \\ \sin f_{01} & \cos f_{01} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; m_{20} = \begin{pmatrix} \cos b_u & 0 & \sin b_u & 0 \\ 0 & 1 & 0 & A_0 \\ -\sin b_u & 0 & \cos b_u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$m_{20f} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i_{12} f_{01}) & -\sin(i_{12} f_{01}) & 0 \\ 0 & \sin(i_{12} f_{01}) & \cos(i_{12} f_{01}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; m_{20s} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & s_{01} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

де b_u – кут розвороту фрези відносно осі колеса; A_0 – відстань між осями обертання фрези та колеса.

В загальному випадку вихідна інструментальна поверхня фрези є гвинтовою поверхнею, що складається з декількох ділянок, а саме бічні сторони, вершинна ділянка і поверхні спряження бічних ділянок з вершинами. Рівняння вихідної інструментальної поверхні черв'ячної фрези в загальному вигляді по повному профілю в параметричній формі запишеться так:

$$R_{1i}(t, u) = \begin{pmatrix} x_{1i}(t, u) \\ y_{1i}(t, u) \\ z_{1i}(t, u) \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

де $x_{1i}(t, u)$, $y_{1i}(t, u)$, $z_{1i}(t, u)$ – параметричні функції, що описують вихідну інструментальну поверхню фрези проекції по відповідним осям координат; i – індекс, що відповідає за кількість складових ділянок поверхні фрези; t, u – параметричні координати, що описують поверхню фрези.

Визначати поверхню зубчастого колеса будемо як огинаючу поверхню при русі фрези відносно колеса при зубофрезеруванні. Так як в системі присутні два незалежні одне від одного рухи, то при визначенні поверхні спряженого колеса з вихідною інструментальною поверхнею фрези необхідно розглянути сумісно два рівняння контакту, відповідно для кожної ділянки вихідної інструментальної поверхні фрези:

$$R2_i(t, u, f_{01}, s_{02}), \quad NV_{fi} = 0, \quad NV_{si} = 0, \quad (5)$$

де i – к-нт, що відповідає за окрему ділянку профілю ВПІ фрези; $R2_i$ – рівняння поверхні фрези в системі пов'язаній з зубчастим колесом; NV_{fi} , NV_{si} – рівняння контакту при русі фрези від зміни параметра f_{01} та s_{01} . Враховуючи те, що два рухи, які задаються зміною параметрів f_{01} та s_{01} незалежні одне від одного та рівняння контакту можна спростити, а саме в рівняннях сімейства поверхонь утворених залежністю (2) при записі рівняння контакту від параметра f_{01} виключити із залежностей матрицю перетворення від руху s_{01} – m_{20s} і для рівняння контакту від параметра s_{01} виключити із залежностей матрицю перетворення від руху f_{01} – m_{20f} , тоді рівняння контакту запишуться в такому вигляді:

$$NV_{fi} = \begin{vmatrix} \frac{\partial(m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} \cdot R1_{xi}(t, u))}{\partial t} & \frac{\partial(m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} \cdot R1_{yi}(t, u))}{\partial t} & \frac{\partial(m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} \cdot R1_{zi}(t, u))}{\partial t} \\ \frac{\partial(m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} \cdot R1_{xi}(t, u))}{\partial u} & \frac{\partial(m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} \cdot R1_{yi}(t, u))}{\partial u} & \frac{\partial(m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} \cdot R1_{zi}(t, u))}{\partial u} \\ \frac{\partial(m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} \cdot R1_{xi}(t, u))}{\partial f_{01}} & \frac{\partial(m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} \cdot R1_{yi}(t, u))}{\partial f_{01}} & \frac{\partial(m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} \cdot R1_{zi}(t, u))}{\partial f_{01}} \end{vmatrix} = 0; \quad (6)$$

$$NV_{si} = \begin{vmatrix} \frac{\partial(m_{20s} \cdot m_{20} \cdot m_{01} \cdot R1_{xi}(t, u))}{\partial t} & \frac{\partial(m_{20s} \cdot m_{20} \cdot m_{01} \cdot R1_{yi}(t, u))}{\partial t} & \frac{\partial(m_{20s} \cdot m_{20} \cdot m_{01} \cdot R1_{zi}(t, u))}{\partial t} \\ \frac{\partial(m_{20s} \cdot m_{20} \cdot m_{01} \cdot R1_{xi}(t, u))}{\partial u} & \frac{\partial(m_{20s} \cdot m_{20} \cdot m_{01} \cdot R1_{yi}(t, u))}{\partial u} & \frac{\partial(m_{20s} \cdot m_{20} \cdot m_{01} \cdot R1_{zi}(t, u))}{\partial u} \\ \frac{\partial(m_{20s} \cdot m_{20} \cdot m_{01} \cdot R1_{xi}(t, u))}{\partial s_{01}} & \frac{\partial(m_{20s} \cdot m_{20} \cdot m_{01} \cdot R1_{yi}(t, u))}{\partial s_{01}} & \frac{\partial(m_{20s} \cdot m_{20} \cdot m_{01} \cdot R1_{zi}(t, u))}{\partial s_{01}} \end{vmatrix} = 0,$$

де $R1_{xi}(t, u)$, $R1_{yi}(t, u)$, $R1_{zi}(t, u)$ – відповідні складові проекції на осі координат вектора поверхні фрези $R1$, що утворюють сімейства

поверхонь фрези при її русі і зубофрезеруванні відносно зубчастого колеса.

Запишемо рівняння ВІП конічної черв'ячної фрези. ВІП конічної черв'ячної фрези утворюється рухом по гвинтовій траєкторії твірного профілю (рис. 2, а). Для випадку, що розглядається профіль ВІП фрези складається з 5 ділянок: 2 бічні сторони, вершина, 2 заокруглення при вершині зуба. Профіль бічних сторін та вершини представляє прямі, а заокруглення, що з'єднують бічні сторони з вершинною ділянкою, є дуги кіл (рис. 2, б).

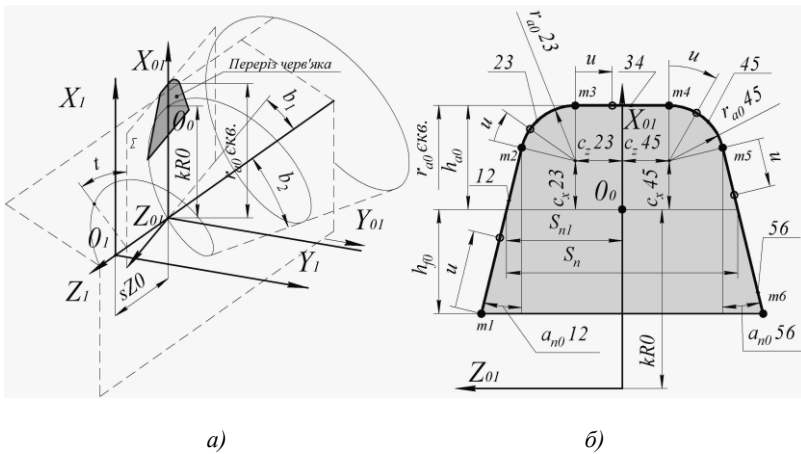


Рис. 2. Схема утворення ВІП конічної черв'ячної фрези:
 а – утворення конічної гвинтової поверхні рухом по гвинтовій траєкторії профілю; б – опис профілю зуба фрези, що складається з декількох ділянок сполучених між собою

Гвинтова поверхня утворена твірною, що рухається по гвинтовій траєкторії, яка лежить у площині $\Sigma(X_{01}, Z_{01})$ (рис. 2, а) і описується рівнянням $R_{01}i(X_{01}, 0, Z_{01})$ запишеться у такому вигляді:

$$R_i = m_3 m_2 m_1 R_{01} i; m_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos b_1 & -\sin b_1 & 0 \\ 0 & \sin b_1 & \cos b_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$m_2 = \begin{pmatrix} \cos b_2 & 0 & \sin b_2 & kR0 + p_f t \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin b_2 & 0 & \cos b_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; m_3 = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t & 0 & 0 \\ \sin t & \cos t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_f t + sZ0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

де b_1 – кут розвороту твірної площини Σ ; b_2 – половина кута конуса фрези при вершині; p_f – гвинтовий параметр гвинтової лінії фрези в напрямку осі Z_1 ; p_f – параметр, що відповідає за рух твірної лінії вздовж твірної конуса; $sZ0$ – початкове зміщення системи координат $S_{01}(X_{01}, 0, Z_{01})$, в якій задано твірний профіль, при якому вершина профілю фрези дотикається до радіуса западин колеса при обробці (рис. 3), $kR0$ – параметр, що відповідає за розташування твірної вершинної ділянки 34 (рис. 2, б) профілю ВІП фрези на величині від осі фрези, що відповідає значенню радіуса вершин зубів еквівалентного циліндричної черв'ячної фрези такого модуля, згідно з ГОСТом 9324-80 «Фрези червячные чистовые для нарезания зубчатых эвольвентных колес».

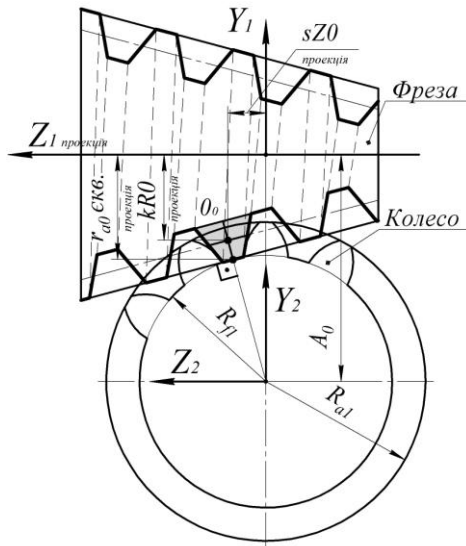


Рис. 3. Схема центрування фрези відносно колеса

Описувати твірні профілю ВІП фрези будемо як п'ять різних ділянок, які спряженні між собою і задані в параметричній формі. Параметр, що відповідає за положення точки на твірній лінії – u (рис. 2, б), при чому для всіх ділянок твірних, щоб описати профіль ВІП в межах робочої ділянки він для всіх ділянок повинен змінюватись у межах $[0; 1]$, що значно спрощує розрахунки, коли профіль ВІП фрези складається з багатьох спряжених між собою ділянок і дозволяє уніфікувати розрахунки спряженого профілю. Тоді рівняння твірної, яке складається з прямих ліній та дуг кіл, як найбільш розповсюджених, запишеться в такому вигляді:

$$R_{01LINE} = \begin{pmatrix} kx_i u + X_i \\ 0 \\ kz_i u + Z_i \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{matrix} kx_i = X_{i+1} - X_i \\ kz_i = Z_{i+1} - Z_i \end{matrix}; R_{01CIRCLE} = \begin{pmatrix} cx_i + r_{a0i} \sin(aS_i + Ka_i u) \\ 0 \\ cz_i + r_{a0i} \cos(aS_i + Ka_i u) \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

де R_{01LINE} – твірна прямолінійної ділянки; $R_{01CIRCLE}$ – твірна округлої ділянки; $X_i, Z_i, X_{i+1}, Z_{i+1}$ – координати граничних точок прямолінійної твірної ділянки профілю ВІП фрези; r_{a0} – радіус округлення вершини профілю ВІП фрези; cx_i, cz_i – центри координат дуг округлень вершини профілю ВІП фрези (рис. 2, б); aS_i – к-нт, що відповідає початковому значенню секторного кута дуги округлення вершини на робочій ділянці; Ka_i – к-нт пропорційний значенню кута сектора, що описує робочу ділянку округлення вершини профілю ВІП фрези.

При описі робочого профілю ВІП фрези для кожної ділянки отримаємо рівняння поверхні ВІП фрези, підставивши відповідне рівняння (8) в (7).

Сімейство поверхонь фрези, яке утворюється при формоутворенні поверхні колеса знайдеться, коли підставимо кожне з рівнянь (7) поверхні ВІП фрези, що описує відповідну ділянку профілю ВІП фрези в рівняння зв'язку між системами координат фрези та колеса (2) і далі отримані залежності підставляємо їх в рівняння контакту (6).

Розв'язок рівняння контакту, система рівнянь (6) має 2 рівняння і 3 невідомі t, u, f_{01} , параметр руху s_{01} – зникне з рівнянь так, як профіль зубчастого колеса не змінюється при русі фрези вздовж осі колеса, для розв'язку системи (6) необхідно зменшити кількість невідомих, для цього при розв'язку фіксуємо значення параметра u , він для всіх ділянок змінюється в межах $[0, 1]$ і розв'язуємо систему з 2-х рівнянь (6), яка вже містить тільки 2 невідомих і є визначеною системою. Отримані значення розв'язку системи рівнянь t, u, f_{01} підставляємо в рівняння сімейства поверхонь фрези і параметр s_{01} змінюємо в межах ширини зубчастого вінця, отримаємо поверхню зубчастого колеса

спряженого з ВІП конічної фрези, при фіксованому значенні параметра s_{01} отримаємо лінію контакту ВІП фрези з поверхнею колеса в системі пов'язаній з колесом.

За отриманими залежностями були розраховані поверхні косових зубчастих коліс при їх формоутворенні ВІП черв'ячної фрези по повному профілю, побудовані лінії контакту поверхні фрези з поверхнею колеса (рис. 4).

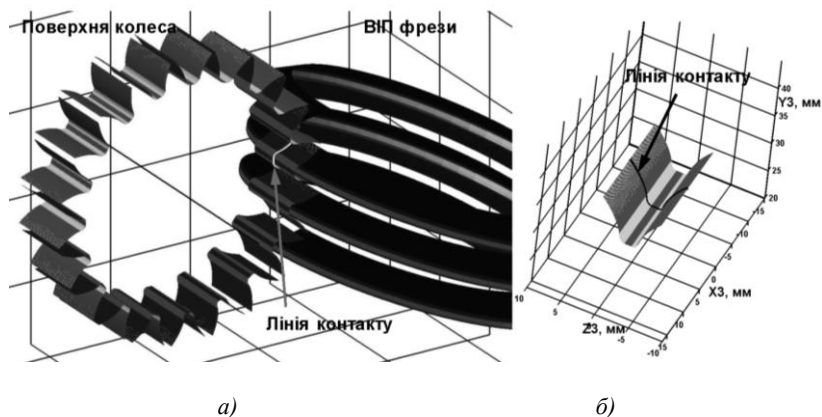


Рис. 4. Розрахунок поверхні спряженого колеса з фрезою:

a – зачеплення фрези з колесом; *б* – поверхня зубчастого колеса з лінією контакту фрези та колеса. Параметри фрези: $m = 3$;
 $d_{аекв} = 80$; $a_n = 20^0$; $b_u = 2,37^0$; $b_1 = 0$; $b_2 = 10^0$; $r_{a0} = 0,2m$;
 колеса: $Z_k = 20$

За розрахунками профіль колеса, який формоутворюється ВІП конічної фрези відрізняється від евольвентного і має несиметричний характер відносно осі симетрії западини, це пов'язано з особливістю просторового характеру зачеплення пари фреза–колесо і потребує подальших досліджень в цьому напрямку.

Висновок і перспективи. В роботі розглянуто схему моделювання процесу формоутворення поверхні прямозубих зубчастих коліс при зубофрезеруванні конічними черв'ячними фрезами з врахуванням всіх рухів, які здійснює фреза–інструмент та колесо один відносно одного. Отримані рівняння контакту по повному профілю зубчастого колеса, а саме – бічна поверхня, поверхня перехідних кривих, поверхня западини, що дозволяють визначити спряжену поверхню прямозубого зубчастого колеса з ВІП черв'ячної фрези. Запропоновано спосіб опису складнопрофільних конічних гвинтових поверхонь, що дозволяє

спростити їх запис і уніфікувати розрахунки, пов'язані з знаходженням спряжених з ними поверхонь. Використовуючи результати даної роботи можна дослідити вплив параметрів конічної фрези на геометричні характеристики поверхні зубчастих коліс по повному профілю – бічні сторони, западина, перехідні криві.

Список використаної літератури:

1. *Люкшин В.С.* Теория винтовых поверхностей в проектировании режущих инструментов / *В.С. Люкшин.* – М. : Машиностроение, 1968. – 372 с.
2. *Николаев А.Ф.* Диаграмма винта и ее применение к определению сопряженных линейчатых поверхностей с линейным касанием / *А.Ф. Николаев* // Труды семинара по теории машин и механизмов. – М. : Изд-во АН СССР, 1950. – Т. 5, Вып. 37. – С. 52–106.
3. *Родин П.Р.* Основы проектирования режущих инструментов : учебник / *П.Р. Родин.* – К. : Высш. шк., 1990. – 421 с.
4. *Чкалова О.Н.* Конические червячные фрезы для обработки цилиндрических зубчатых колес : дис. ... канд. тех. наук / *О.Н. Чкалова.* – К., 1970. – 219 с.
5. *Шукаев Б.К.* Профилирование конических червячных фрез / *Б.К. Шукаев, А.А. Ватутин* // Сб. производство и эксплуатация инструмента. – М. : МАШГИЗ, 1950. – С. 14–21.

ОХРИМЕНКО Олександр Анатолійович – кандидат технічних наук, доцент кафедри інтегрованих технологій машинобудування Національного технічного університету України “КПІ”.

Наукові інтереси:

– теорія проектування інструменту.

E-mail: Itm@kpi.ua.

Стаття надійшла до редакції 26.01.2012

Охріменко О.А. Формоутворення прямозубих зубчастих коліс конічними черв'ячними фрезами

Охрименко А.А. Формообразование прямозубых зубчатых колес коническими червячными фрезами

Okhrimenko A. Surface forming spur gears bevel worm mills

УДК 621.9

Формообразование прямозубых зубчатых колес коническими червячными фрезами / А.А. Охрименко

В работе рассматривается формообразование поверхности прямозубых зубчатых колес исходной инструментальной поверхностью червячной конической фрезы с учетом всех движений, которые делают фреза и инструмент относительно друг друга в пространстве в процессе зубофрезерования.

УДК 621.9

Surface forming spur gears bevel worm mills / A.Okhrimenko

In this paper the surface forming spur gears original instrumental surface worm bevel cutter with all the movements that make cutter and tool relative to each other in space during hobbing.