

Т.А. Моргаленко, к.т.н., доц.

А.П. Моргаленко, к.т.н., доц.

Брянский государственный технический университет

ВЫБОР СИСТЕМЫ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА В СВЕТЕ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ

Представлены результаты исследований по назначению систем показателей качества поверхностей деталей машин в соответствии с теорией информации.

Ключевые слова: теория информации, показатели качества, поверхность детали машин.

Постановка проблемы. Качество машины в сфере эксплуатации во многом определяется эксплуатационными свойствами соединений поверхностей деталей. В общем случае количество теоретически возможных показателей качества поверхности N можно определить:

$$N = \sum_{r=1}^k C_k^r = \sum_{r=1}^k \frac{k!}{r!(k-r)!},$$

где r – количество регламентируемых параметров качества.

Нетрудно убедиться, что величина N составляет 33 554 431 для $k = 25$ и 8 191 для $k = 13$. Естественно, что на практике величина N значительно меньше и величины k и r определяются регламентируемыми эксплуатационными свойствами, возможностями технологических и метрологических систем (ТС и МС соответственно). Кроме того, информационная содержательность систем показателей качества различна для исследователя (k_1, r_1) и производителя (k_2, r_2) и определяется их тезаурусом. Обычно $k_2 < k_1, r_2 < r_1$.

Если рассматривать параметры шероховатости, то для использования в производственных целях ГОСТ 2789-73 регламентирует: $Ra, Rz, R_{max}, Sm, S, tp$ ($k = 6$). Тогда расчёт показывает, что для производителя возможна регламентация качества по шероховатости $N = 63$ возможными системами.

Случайный характер параметров качества обуславливает различную неопределённость регламентирующих систем, которая может быть оценена информационной энтропией. Для простой однопараметрической дискретной системы информационная энтропия составляет величину:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^n P_i \log P_i, \quad (1)$$

где P_i – вероятности возможных n состояний системы x_1, x_2, \dots, x_n . Логарифм берётся по основанию 2. Тогда для однопараметрической системы регламентации параметра качества с двумя возможными множествами его состояний:

$$X_1 \in (\bar{X} \pm \delta\bar{X}) \quad \text{и} \quad X_2 \notin (\bar{X} \pm \delta\bar{X}),$$

где $(\bar{X} \pm \delta\bar{X})$ – допустимый интервал изменения параметра X ; \bar{X} – его средняя величина; δ – относительное отклонение ($0 < \delta < 1$). Соответствующие вероятности

$$P_1 = P(X_1 \in (\bar{X} \pm \delta\bar{X})) \quad \text{и} \quad P_2 = 1 - P_1$$

определяют параметрическую надёжность технологической системы (ТС) по параметрам качества X обрабатываемой детали. Энтропия такой системы определяется по указанной формуле. Дискретность параметра X в этом случае означает либо соответствие допустимому интервалу (X_1), либо его отсутствие.

Изложение основного материала. Сложные системы регламентации качества представляют собой объединение нескольких простых систем. Объединение двух систем X, Y представляет собой сложную систему (X, Y) , состояние которой представляет все возможные комбинации состояний x_i, y_j систем X и Y . Информационная энтропия таких систем для дискретных и непрерывных состояний x_i, y_j определяются, соответственно:

$$H(X, Y) = -\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P_{ij} \log P_{ij}; \quad (2)$$

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y). \quad (3)$$

В последнем случае в зависимость входят значения энтропии для систем X и Y с непрерывным множеством состояний. Для $H(X)$ имеем:

$$H(X) = -\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \log f(x) dx - \log \Delta x, \quad (4)$$

где $f(x)$, Δx – плотность распределения вероятностей и шаг квантования непрерывной величины X , соответственно.

Если система показателей качества регламентирует j параметров X , которые имеют характеристики $f_j(x)$ и Δx_j , то её энтропия определяется соотношением:

$$H(X_1, X_2, \dots, X_j) = \sum_{m=1}^j \left(- \int_{-\infty}^{\infty} f_m(x_m) \log f_m(x_m) dx - \log \Delta x_m \right). \quad (5)$$

Если непрерывный показатель X имеет равномерное или нормальное распределение, то энтропия соответствующей системы в этих случаях составляет, соответственно, значения:

$$H_1(X) = \log \frac{\beta - \alpha}{\Delta X}, \quad (6)$$

$$H_2 = \log \frac{\sqrt{2\pi e} \cdot \sigma}{\Delta X}. \quad (7)$$

В обоих случаях она не зависит от значения величины X , а определяется параметрами распределения и шагом квантования ΔX . Таким образом, для рационального выбора систем показателей качества по критерию их информационной энтропии необходимо знать: P_i – вероятности выполнения заданий по обеспечению i регламентируемых параметров качества; их среднеквадратические отклонения σ_i , оценками которых являются величины $S\{X_i\}$; интервалы квантования ΔX_i при непрерывном распределении X_i .

Если рассматривать систему из параметров Y_i показателей качества поверхностного слоя (ПКПС) обрабатываемой детали, то в конструкторской документации она регламентируется интервальными оценками вида:

$$Y_i < \bar{Y}_i, \quad (8)$$

$$Y_i > \bar{Y}_i, \quad (9)$$

$$\bar{Y}_i \in (\bar{Y}_i \pm \delta \bar{Y}), \quad (10)$$

где \bar{Y}_i – номинальное значение i -го параметра ПКПС, $\delta \bar{Y}$ – ($0 < \delta < 1$) его допустимое отклонение от номинала. Оценки (8, 9) представляют собой односторонние, а (10) – двухстороннее ограничения по параметру качества Y_i . Причём, оценка (10) может быть и несимметричной.

Предполагая, что ПКПС Y_i имеют нормальный или логарифмически нормальный закон распределения (что для большинства рассматриваемых ПКПС подтверждено экспериментально), вероятности выполнения условий (8) и (10) при обработке детали в конкретной ТС определяются соответственно зависимостями (11), (12):

$$P\{Y_i < \bar{Y}_i\} = 0,5 + \Phi\left(\frac{\bar{Y}_i - M\{Y_i\}}{S\{Y_i\}}\right), \quad (11)$$

$$P\{Y_i \in (\bar{Y}_i \pm \delta\bar{Y}_i)\} = \Phi\left(\frac{Y_{i\max} - M\{Y_i\}}{S\{Y_i\}}\right) - \Phi\left(\frac{Y_{i\min} - M\{Y_i\}}{S\{Y_i\}}\right), \quad (12)$$

где $Y_{i\max} = \bar{Y}_i + \delta\bar{Y}_i$, $Y_{i\min} = \bar{Y}_i - \delta\bar{Y}_i$ – допустимые максимальное и минимальное значения регламентируемого параметра Y_i ; $M\{Y_i\}$, $S\{Y_i\}$ – его математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение, соответственно; Φ – функция Лапласа.

Зависимости (11), (12) являются оценкой параметрической надёжности ТС по качеству обрабатываемых деталей. В общем случае, критерий максимума параметрической надёжности ТС по регламентируемой системе из n ПКПС:

$$P\{Y_i \in (Y_{i\min}; Y_{i\max})\} = \max, \quad i = \overline{1, n}. \quad (13)$$

При $i = 1$ решение этой задачи существенно упрощается.

Для успешного решения поставленной задачи необходимо знать соотношения, связывающие ПКПС Y_i с условиями обработки X_k для каждой исследуемой ТС, которые представляют собой модели формирования ПКПС в процессе обработки. С этой целью рекомендуется использовать физико-статистический подход. Его концепция заключается в том, что структура модели ТС формируется на основе физико-технологического анализа причинно-следственных связей факторов обработки и внешней среды, а выходные параметры определяются статистическими методами.

Для построения моделей и исследования параметрической надёжности ТС целесообразно применять метод имитационного моделирования, так как он характеризуется высокой эффективностью при сравнительно небольших материальных затратах. Построение и анализ моделей ТС методом имитационного моделирования базируется на основе математико-статистического подхода к анализу сложных систем и предполагает использование метода статистических испытаний (Монте-Карло). Имитационное моделирование ТС включает методологию построения системных моделей, методы алгоритмизации объектов, методы и средства построения программных реализаций имитаторов, планирование организации и выполнение на ЭВМ экспериментов с имитационными моделями, машинную обработку данных и анализ результатов.

Построение статистических моделей наиболее эффективно проводить с помощью активного эксперимента, применяя методы корреляционно-регрессионного анализа. Одним из основных этапов, влияющих на качество получаемой модели и её эффективность, является выбор факторов, которые оказывают при обработке решающее влияние на формирование параметров качества детали. Выбор факторов можно осуществлять на основе анализа графов корреляционных связей, построенных по величинам коэффициентов парной или частной корреляции между входными и выходными параметрами ТС.

При выборе плана эксперимента следует иметь в виду, что с точки зрения экономичности более предпочтительны планы первого порядка, с помощью которых получен ряд удовлетворительных результатов при исследовании различных ТС механической обработки.

Определение ПКПС связано с измерением и расчётом соответствующих величин. Построение и анализ модели ТС заключается в оценке: её параметров и их вероятностных характеристик; значимости рассматриваемых факторов и адекватности.

Расчёт параметрической надёжности ТС является полностью формализованным. Исходными данными для реализации машинных экспериментов (МЭ) над моделями ТС являются их параметры с соответствующими вероятностными характеристиками и область пространства условий обработки, обеспечивающая регламентируемую систему Y_i ПКПС. В результате реализации МЭ формируются массивы соответствующих ПКПС и осуществляется их статистический анализ. На основе его результатов рассчитывается параметрическая надёжность ТС по обеспечению регламентируемых ПКПС в процессе обработки, т. е. величина P , определяющая вероятность выполнения заданий по условиям (8), (9) или (10). Для реализации данной схемы используется специальное математическое и программное обеспечение.

Известно, что модели функций ряда ТС с достаточной для практических целей точностью можно представить в виде полиномиальной (аддитивной) модели:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_i X_i + \beta_k X_k, \quad (14)$$

где Y_i – i -ий ПКПС детали после обработки; X_i – i -ий фактор технологического процесса; β_0, β_i – истинные значения коэффициентов модели.

Модели вида (14) строятся в предположении линейной связи между функцией Y_i и аргументами X_i . Такие случаи в технологии обработки встречаются достаточно редко. Логарифмирование исходных данных позволяет получить модель процесса в виде:

$$Y_i = \beta_0 \cdot X_1^{\beta_1} \cdot X_2^{\beta_2} \cdot \dots \cdot X_k^{\beta_k}. \quad (15)$$

В большинстве работ такую модель именуют мультипликативной. Для расчёта показателей параметрической надёжности ТС необходимо знать математическое ожидание Y_{i0} и среднее квадратическое отклонение σ_{i0} , рассматриваемого параметра качества детали. Имитационные модели формирования этих параметров (16) или (17) представляют собой модели так называемого «черного ящика» и имеют статистическую природу. Для прогнозирования параметров качества Y_i и их характеристик $M\{Y_i\}$ и $S\{Y_i\}$, которые являются оценками величин Y_{i0} и σ_{i0} , целесообразно применять метод статистических испытаний.

Если в моделях (14) и (15) случайными величинами являются только коэффициенты β_0 и β_i , то с учетом свойств математического ожидания и дисперсии случайной величины можно получить следующие выражения для оценок $M\{Y_{i0}\}$ и $S^2\{Y_{i0}\}$:

а) для моделей вида (14):

$$M\{Y_{i0}\} = M\{\beta_0\} + \sum_{i=1}^k X_i M\{\beta_i\} = b_0 + \sum_{i=1}^k X_i b_i, \quad (16)$$

$$S^2\{Y_{i0}\} = S^2\{\beta_0\} + \sum_{i=1}^k X_i^2 S^2\{\beta_i\}; \quad (17)$$

б) для моделей вида (15):

$$\begin{aligned} M\{Y_{i0}\} &= \exp(\ln M\{\beta_0\} + \sum_{i=1}^k \ln X_i M\{\beta_i\}) = \\ &= \exp(\ln b_0 + \sum_{i=1}^k b_i \ln X_i) \end{aligned} \quad (18)$$

$$S^2\{Y_{i0}\} = \exp(\ln(S^2\{\beta_0\} + \sum_{i=1}^k (\ln X_i)^2 S^2\{\beta_i\})). \quad (19)$$

Если же в моделях (14) и (15) случайными являются один или несколько факторов обработки X_i , то для оценок $M\{Y_{i0}\}$ и $S^2\{Y_{i0}\}$ аналитические выражения найти не удастся. Их определение связано с обработкой массива данных Y_{iN} , полученных в результате машинного эксперимента путём N прогонов соответствующих моделей по схеме Монте-Карло.

Множество элементов R_Σ общей системы показателей качества следует определять как пересечение множеств частных систем, характеризующих каждое из обеспечиваемой гаммы регламентируемых по-

требителем эксплуатационных свойств Y_1, Y_2, \dots, Y_n . Если $n = 2$, то $R_{\Sigma} = R_1 \cap R_2$.

Количество информации о качестве обработки следует измерять уменьшением энтропии системы R_{Σ} при получении тех или иных сведений о ней:

$$\Delta I_x = H(X_n) - H(X_{n-1}) = \Delta H(X),$$

где ΔI_x – количество информации о системе, получаемое при определении параметра X_n .

Если рассматривать систему качества R_i поверхности детали с параметрами r_i ($i = 1, 2, \dots, n$), имеющих вероятности P_i , то каждая величина $(-\log P_i)$ характеризует частную информацию ΔI_x о системе R при определении показателя r_i .

Данный подход позволяет проранжировать параметры качества поверхностей деталей машин в целом по степени информативности.

Исследования с изложенных позиций методов: комбинированной обработки поверхностей (КО) на основе нанесения нитридсодержащих покрытий, алмазного выглаживания (АВ) – показали, что информационная энтропия системы с одним параметром зависит от величины δ_i , которая различна для разных Y_i . Так система показателей триботехнических свойств поверхности после КО по минимальным параметрам: коэффициента трения $f(\delta_1)$, начального износа вала $h_1(\delta_2)$ и вкладыша $h_2(\delta_3)$, регламентируемых в симметричном интервале, согласно (5) имеет информационную энтропию $H(f, h_1, h_2) = \max = 3$ при $\delta_i = 0,3; 0,5$ и $0,2$, соответственно. Для максимальных значений параметров имеем: $\delta_i = 0,3; 0,3; 0,2$.

Вывод. Таким образом, результаты экспериментальных исследований позволяют утверждать, что, в соответствии с теорией информации, при назначении систем показателей качества поверхностей необходимо регламентировать их структуру и вероятностные характеристики, определяющие информационную энтропию.

Список использованной литературы:

1. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей / *Е.С. Вентцель.* – М. : Наука, гл. ред. физ-мат. лит., 1969. –576 с.

МОРГАЛЕНКО Александр Петрович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технология машиностроения» Брянского государственного технического университета.

Научные интересы:

– надёжность технологического обеспечения износостойкости деталей машин.

МОРГАЛЕНКО Татьяна Александровна – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технология машиностроения» Брянского государственного технического университета.

Научные интересы:

– технологическое управление триботехническими характеристиками деталей машин.

E-mail: margokru@mail.ru.

Статья поступила в редакцию

Моргаленко Т.О., Моргаленко О.П. Вибір системи показників якості в світлі теорії інформації

Моргаленко Т.А., Моргаленко А.П. Выбор системы показателей качества в свете теории информации

Morgalenko T.A., Morgalenko A.P. Choice of the system of indexes of quality in the light of information theory

УДК 621.9

Вибір системи показників якості в світлі теорії інформації / Т.О. Моргаленко, О.П. Моргаленко

Представлено результати досліджень з призначення систем показників якості поверхонь деталей машин відповідно до теорій інформації.

Ключові слова: теорія інформації, показники якості, поверхня деталі машин.

УДК 621.9

Choice of the system of indexes of quality in the light of information theory / T.A. Morgalenko, A.P. Morgalenko

The results of studies intended scorecards quality surfaces of machine parts according to the information theory.

Keywords: theory of information, indicators of quality of surface machine parts.